Documento descargado de
ftp://ftp.geodesia.ign.es/documentos/
Ajuste de ROI en ortometricas.pdf

NUEVO AJUSTE DE LA RED GEODÉSICA DE ESPAÑA (ROI) EN ALTITUDES ORTOMÉTRICAS

Centro de Observaciones Geodésicas
Subdir. Gral de Astronomía, Geodesia y Geofísica
Instituto Geográfico Nacional

RESUMEN

A principios de 2008 el IGN publicó las coordenadas de toda la Red Geodésica de España (ROI) en el sistema ETRS89, procedente de un ajuste de toda la red con observables clásicos y GPS constreñidos a la red REGENTE. Se publicaron coordenadas en este nuevo sistema junto con los parámetros de fiabilidad (desviación estándar del ajuste) para cada vértice. Sin embargo, la altitud ortométrica quedó pendiente de un nuevo ajuste con el objeto de armonizarla con REDNAP, el marco de referencia vertical para España. Con la ayuda de la ondulación del geoide dada por el nuevo modelo EGM08-REDNAP, se ha realizado un ajuste en altitudes ortométricas, con constreñimiento a REGENTE, obteniendo un juego de altitudes ortométricas para toda la ROI que mejora la precisión de las existentes.

ABSTRACT

In the beginning of 2008 the IGN published the coordinates of the whole of Spain Geodetic Network (ROI) in the ETRS89 system, from an adjustment of the entire network with classical observables and GPS constrained to the REGENTE network. Coordinates were published in this new system along with the reliability parameters (standard deviation of the adjustment) for each point. However, the orthometric height was left open for adjustment in order to harmonize it with REDNAP, the vertical reference frame for Spain. With the help of the undulation of the geoid given by the new model EGM08-REDNAP, an adjustment in orthometric heights has performed constraining to REGENTE, obtaining a set of orthometric heights for the entire ROI that improves the accuracy of existing one.

1. INTRODUCCIÓN

El 29 de agosto de 2007 fue publicado el Real Decreto 1071/2007 por el que se regula el sistema geodésico de referencia oficial en España. Aunque la Red Geodésica Nacional por Técnicas Espaciales (REGENTE) constituye el marco que materializa dicho sistema, la Red Geodésica Nacional de Orden Inferior (ROI) se puede considerar una densificación de dicho marco, aunque con coordenadas ETRS89 con menor precisión, debido a la naturaleza de los observables utilizados para su cálculo.

La ROI está constituida por casi 11.000 vértices geodésicos en península y Baleares (densidad de un vértice por cada 45 km^2) y fue observada mayoritariamente durante los años 80 y 90 mediante triangulación y el método de vuelta de horizonte, realizando compensaciones parciales por provincias a medida que los trabajos de observación iban avanzando.

El marco sobre el que se apoyaba ROI-ED50 en planimetría era la Red Geodésica de Primer Orden, con observaciones clásicas de lados de 30-40 km y por tanto con precisión muy inferior a la que se puede obtener actualmente con GPS. En altimetría, el marco sobre el que se apoyaba

ROI eran un reducido número de vértices nivelados desde la antigua Red de Nivelación de Alta Precisión.

A principios de 2008 se terminó de realizar una compensación tridimensional de toda la Península y Baleares en el sistema ETRS89, publicándose estos resultados en los medios de diseminación de la información del IGN (servidor de datos FTP, página web, reseñas de vértices geodésicos, etc). Se calcularon y publicaron de toda la ROI tanto coordenadas ETRS89 (longitud, latitud, altura elipsoidal) como parámetros de fiabilidad en forma de desviación estándar de cada coordenada resultante del ajuste (Sánchez Sobrino et al, 2008), información esta última útil para que un usuario pueda decidir qué vértices utilizar para un trabajo en función de la precisión requerida. Canarias ya tenía toda la red en el sistema equivalente, REGCAN95, por lo que no fue necesario un recálculo.

Los observables utilizados para el ajuste fueron los ángulos acimutales y cenitales procedentes de las vueltas de horizonte de ROI, conjuntamente con observables GPS disponibles en diferentes zonas del país.

En Cataluña, el Instituto Cartográfico de Cataluña (ICC) llevó a cabo una campaña de observación GPS en la mayoría de los vértices ROI. También en Navarra casi todos los vértices ROI fueron observados con GPS por el Gobierno de Navarra (Dir. Gral. de Obras Públicas), así como en Baleares por SITIBSA. En la Comunidad Valenciana también se observó una parte de la ROI con GPS durante la densificación de la red geodésica en la Comunidad de Valencia (4º orden). Todos estos organismos aportaron los datos GPS para llevar a cabo la compensación global, mezclando estos con observables clásicos angulares de ROI (vueltas de horizonte con ángulos acimutales y cenitales). Otras campañas GPS observadas por el IGN en las regiones de Murcia, Madrid y de una forma más dispersa en Castilla-León fueron añadidas a esta compensación global.

Los resultados fueron bastante satisfactorios, sobre todo en planimetría, con un promedio en las elipses de error (95% confianza) del orden de 0.1 m para los vértices geodésicos sin observación GPS. En el caso de la altimetría (elipsoidal), el valor medio de las elipses de error estuvo en 19.4 cm, es decir, del orden del doble que en planimetría.

2. NECESIDAD DEL AJUSTE DE ROI EN ORTOMÉTRICAS.

En el ajuste en ETRS89 quedó pendiente un recálculo de las altitudes ortométricas de ROI, cuya precisión nominal siempre se ha citado que es de 0,3 m. Estas presentaban ciertas deficiencias debido a una serie de factores:

- El marco sobre el que se apoyaban eran vértices nivelados desde la antigua Red de Nivelación de Alta Precisión, desaparecida en la actualidad. En los años 80, esta red no había sido compensada conjuntamente, como la actual REDNAP y además había un buen número de líneas en las cuales no se había realizado gravimetría. Las discrepancias entre esta red y REDNAP llega hasta 0,3 m en algunas zonas del norte de la península. Si el R.D. 1071/2007 establece que el sistema de referencia altimétrico está materializado por las lineas de la Red de Nivelación de Alta Precisión, parece lógico que el sistema que define las altitudes ortométricas de ROI sea la actual REDNAP, por lo que es necesario un recálculo de estas altitudes. Hasta el momento, ROI no constituía un marco de referencia altimétrico consistente con REDNAP.

- Por otro lado, los vértices geodésicos nivelados que constituían el marco de referencia para las altitudes de ROI tenían una irregular distribución, ya que se encontraban en las cercanías de las antiguas líneas de nivelación, configurando polígonos que pueden tener hasta 500 km de perímetro, de tal forma que había zonas extensas en el interior de estos

polígonos sin referencias fijas altimétricas para la compensación de ROI, con la consecuente acumulación de errores.

- Como se ha dicho anteriormente, la forma de compensación de ROI en los 80 y los 90 se hizo por provincias, de tal forma que se tomaban bloques provinciales en los que se fijaban para el ajuste los vértices de una provincia colindante que ya hubiera sido calculada, para evitar duplicidad de coordenadas y homogeneidad de la red en los límites provinciales. Sin embargo, esto imponía unos constreñimientos a la red de unos vértices que ya arrastraban errores de la provincia limítrofe, de tal forma que no sólo se fijaban en el ajuste vértices nivelados, como hubiera sido ideal.

- Durante la revisión de los ficheros iniciales de cálculo y al compararlos con los cuadernos de campo originales, se detectaron algunos errores relativos a la altura de mira en el vértice visado. Estas alturas podían ser, por lo general, 1.20 m para una visual que apuntara a la cabeza del pilar o 0.00 m para una visual que apuntara a la base del pilar. En algunos casos, estas cantidades estaban cambiadas.

Por todo ello se hacía necesaria una nueva compensación de las altitudes ortométricas de ROI. Si bien los puntos fijos del ajuste en ETRS89 en planimetría estaba resuelto con REGENTE, el problema hasta ahora era qué vértices geodésicos configuraban el marco de referencia fijo en altimetría para tal ajuste, ya que la densidad, distribución y fiabilidad de los vértices nivelados eran aspectos problemáticos.

Actualmente, el modelo de geoide EGM2008-REDNAP permite obtener ondulaciones del geoide sobre WGS84 con precisiones absolutas del orden de 3.8 cm (Sánchez Sobrino, 2009). Esto permite que el marco de referencia para el mencionado ajuste en ortométricas puedan ser las altitudes elipsoidales de la red REGENTE corregidas por la ondulación del geoide. De esta forma, la precisión obtenida en las altitudes ortométricas de REGENTE es suficiente para realizar el ajuste. Si se tiene en cuenta que este modelo ha sido adaptado mediante las observaciones hechas en REGENTE y REDNAP, los resultados obtenidos en el ajuste harían que ROI, REGENTE, REDNAP y EGM2008-REDNAP estuvieran en un marco común.

Por otro lado, REGENTE proporciona una distribución completamente homogénea y una densidad más que suficiente para el ajuste de toda la ROI, tal y como se demostró en el ajuste ETRS89 de 2008.

Una prueba de la necesidad de este ajuste es que si se calculan directamente las altitudes ortométricas obtenidas en REGENTE con el modelo EGM08-REDNAP (h - N) y se comparan con las ortométricas disponibles de ROI hasta el momento, se obtienen discrepancias muy apreciables sobre todo en la zona norte. Puesto que la altitud elipsoidal h en REGENTE es el marco legal y la ondulación del modelo tiene una precisión absoluta por debajo de los 5 cm, las altitudes ortométricas así obtenidas en REGENTE deben estar en ese orden de precisión.

En la figura 1 se pueden ver las discrepancias obtenidas con respecto a las altitudes de ROI existentes durante los últimos 20 años. Los puntos pequeños de tono claro corresponderían a vértices cuya desviación en la altitud es normal dentro de los márgenes de precisión nominal de ROI (0.3 m).

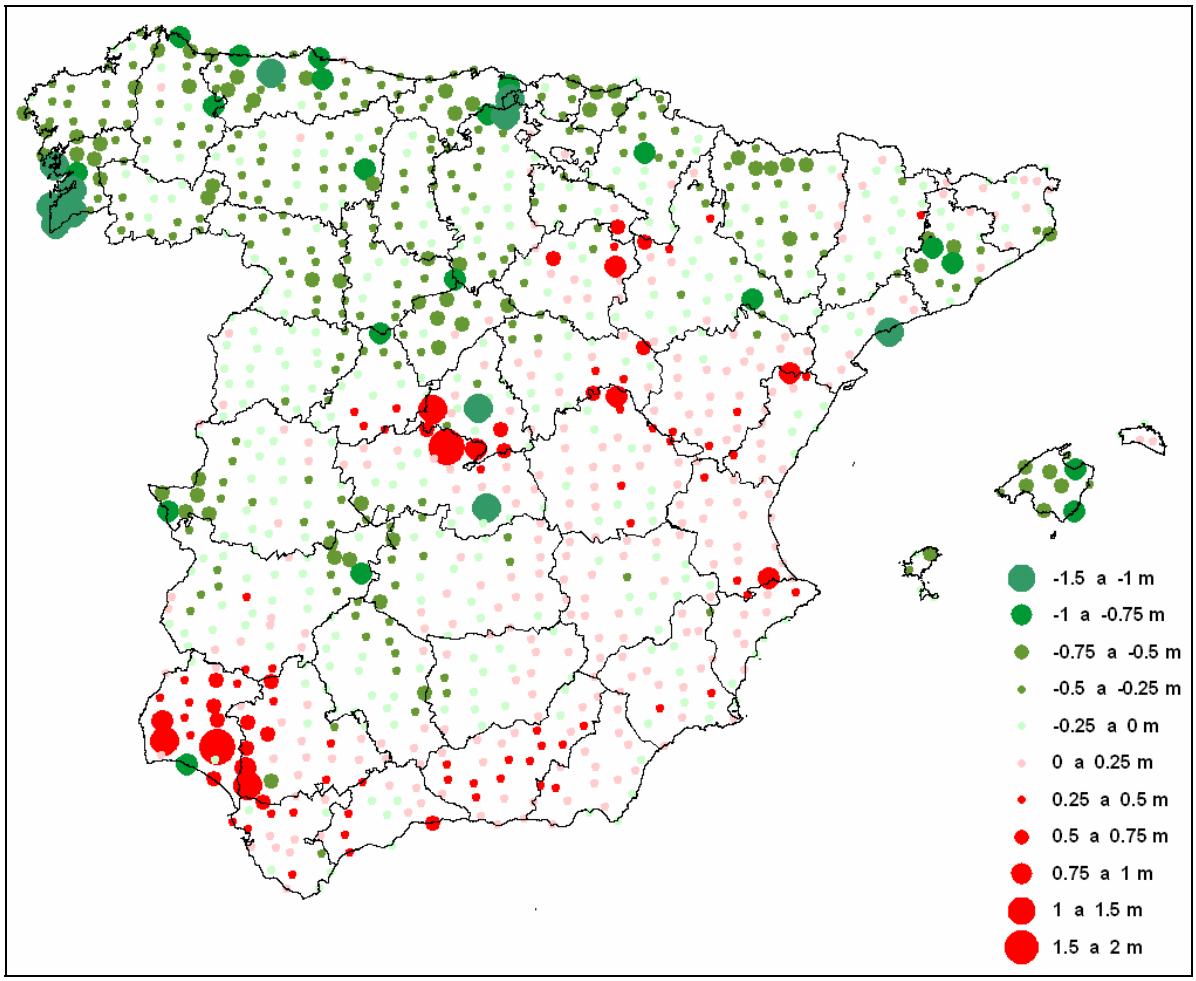


Fig. 1. Discrepancias en REGENTE de altitudes ortométricas.

La necesidad de un nuevo cálculo en las ortométricas de ROI queda patente al disponer de nuevos datos, más fiables, que pueden mejorar la precisión de las altitudes. Asímismo, estas deben tener integridad con el nuevo marco de referencia vertical REDNAP.

A pesar de todo esto no resta mérito a la faraónica labor que en la década de los 80 y principios de los 90 se hizo construyendo, observando y calculando ROI, en lugares muchas veces inaccesibles. De hecho, la mayoría de los observables, de gran calidad, son de esa época y siguen siendo válidos para obtener una precisión considerable.

3. METODOLOGÍA.

3.1. Depuración de las observaciones clásicas de ROI.

La depuración de observaciones clásicas se llevó a cabo ya en el ajuste de 2008 (Sánchez Sobrino et al, 2008). El ajuste en total contiene 100.899 observaciones angulares acimutales, 72.615 observaciones cenitales y 6.490 vectores GPS.

3.1.1. Observaciones acimutales.

La depuración de las vueltas de horizonte acimutales consistió en:

- Revisión exhaustiva de libretas de campo originales y comprobación con fichero digital (codificación, transcripción, cambio de situación de vértices, medias de series de vuelta de horizonte, etc.).

- Transformación de direcciones angulares a acimutes (con coordenadas ETRS89 aproximadas de ROI).

- Cálculo de la desorientación en la estación con todas las visuales.

- Depuración de visuales erróneas no detectadas anteriormente en un determinado rango a partir de diferencias en la desorientación de la vuelta de horizonte.

3.1.2. Observaciones cenitales.

En el caso de las observaciones cenitales, las reducciones fueron diferentes a las realizadas en el ajuste anterior, en el que se utilizó un índice de refracción genérico de 0.13 y no se aplicó corrección por desviación de la vertical.

- Revisión de libretas de campo originales y comprobación con fichero digital.

- Reducción de la visual por alturas de instrumento, pilar y mira (ángulo cenital de "marca a marca").

- Detección de errores mediante cálculo del índice de refracción con visuales recíprocas.

- Detección de errores por alturas de instrumento/mira por comparación de alturas de pilar procedentes de base de datos.

- Eliminación de visuales de más de 15 km de longitud.

- Reducción del ángulo por índice de refracción calculado con visuales recíprocas. En este caso, al contrario que en el cálculo de 2008 y tras realizar diferentes pruebas, se utilizó el ángulo de refracción calculado con las visuales recíprocas. Aunque las visuales cenitales no son estrictamente simultáneas y las condiciones entre las visuales recíprocas pueden variar, se consideró más conveniente y real utilizar el coeficiente de refracción calculado:

$$\mathbf{Z' = Z + \delta}$$

donde $$\delta = \frac{s}{2R} K$$

siendo K el índice de refracción calculado mediante la expresión:

$$K = 1 - \frac{R}{s}(z_1 + z_2 - \pi)$$

Como es lógico, K depende de las condiciones meteorológicas en ambos extremos de la base en el momento de la observación, y más concretamente, del gradiente vertical de temperatura. Las observaciones recíprocas de vértices contiguos, por lo general, se hicieron en la misma época y a la misma hora, ya que se iba observando por zonas, normalmente provincias, por lo que las condiciones meteorológicas en ambas observaciones no debieran variar considerablemente.

Por otra parte, las visuales recíprocas cuyo índice de refracción resultara menor que 0.05 o mayor que 0.20 fueron investigadas, ya que alguna de ellas en buena lógica debería tener un error, aunque a veces y en ocasiones concretas esto no tiene porqué ser cierto e incluso pueden darse coeficientes negativos de hasta -0.1 (Torge, 1991).

Para la reducción de las visuales sin recíproca se utilizó un índice de refracción genérico de 0.13, que fue el calculado en global para toda la red.

- Reducción del ángulo cenital por desviación de la vertical en función de las componentes ξ y η y del acimut α de la visual:

$$Z'' = Z' + \varepsilon$$

$$\varepsilon = \xi \cos \alpha + \eta \operatorname{sen} \alpha$$

El ajuste se realiza en coordenadas cartesianas tridimensionales y por tanto, el origen son incrementos de altitud elipsoidal. El software utilizado (Microsearch GeoLab) no reduce las observaciones cenitales (referidas a la normal al geoide) a elipsoidales (referidas a la normal al elipsoide) por desviación relativa de la vertical y por tanto es necesario aplicar esta reducción previamente.

Esta es una variación muy importante con respecto al cálculo de 2008, ya que en ese momento, al no disponer de un modelo de geoide con la suficiente precisión, se decidió no aplicar esta corrección, que si bien puede ser despreciable en la mayor parte de la red, llega a ser muy importante en las zonas donde la desviación de la vertical es considerable. Por ejemplo, una desviación de la vertical de 15" con una longitud media de visual de 8,5 km y dependiendo del acimut con que se observe, causa una diferencia en altitud elipsoidal de 0.62 m. En el caso de una desviación de 10", la diferencia podría ser de hasta 0.41 m.

En los vértices con observaciones GPS (Cataluña, Navarra, Baleares), la diferencia en altitudes elipsoidales con respecto al cálculo anterior es prácticamente inexistente, ya que el peso de los observables GPS en el ajuste hace que los cenitales tengan poca importancia. En la mayoría de la red las diferencias son pequeñas, pero en las zonas con fuerte desviación de la vertical, pueden existir diferencias (el 12% de los vértices sin GPS tienen una desviación total superior a 10"). Este aspecto sin embargo queda parcialmente suavizado por el constreñimiento tan fuerte de la red (todos los vértices REGENTE), de tal forma que las diferencias en altitud elipsoidal del orden superior a 0,1 m quedan reducidas a pocos vértices.

Se ha utilizado el modelo EGM08-REDNAP, cuyos valores límite de la desviación de la vertical en vértices de la red geodésica fueron:

$$\xi: \begin{cases} Min: -23.9'' & (40^o09'23''N; 5^o26'45''W) \\ Max: 24.9'' & (43^o18'32''N; 4^o45'25''W) \end{cases} \qquad \eta: \begin{cases} Min: -22.1'' & (37^o06'14''N; 3^o30'36''W) \\ Max: 15.4'' & (42^o17'20''N; 2^o52'04''W) \end{cases}$$

En las siguientes figuras se puede ver la distribución espacial de la desviación de la vertical en ambas componentes y en la total ($\sqrt{\xi^2 + \eta^2}$), así como los histogramas de frecuencias correspondientes en la ROI.

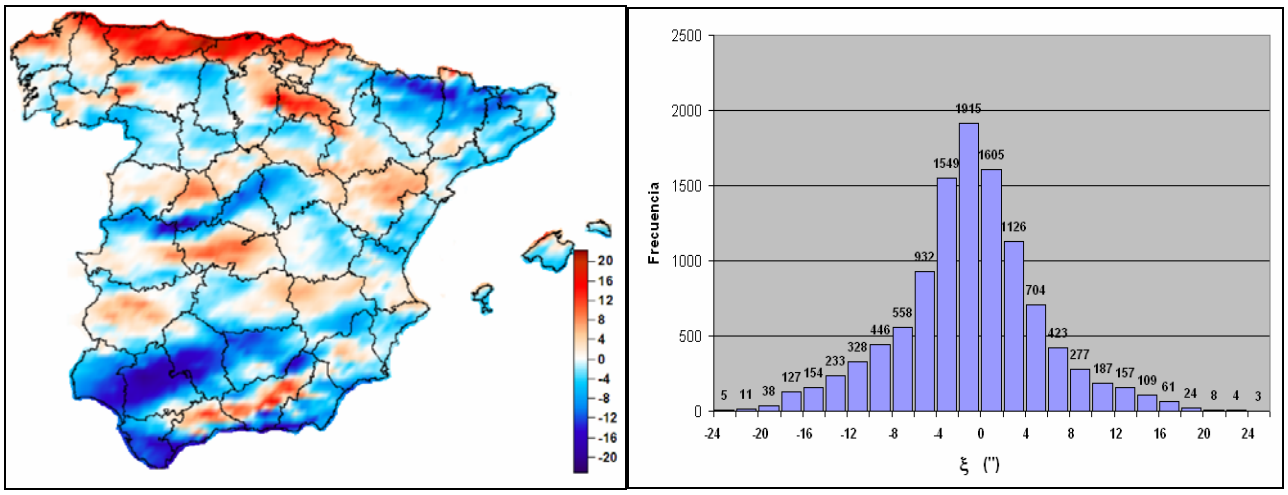


Fig. 2. Desviación de la vertical N-S (ξ") e histograma de frecuencias.

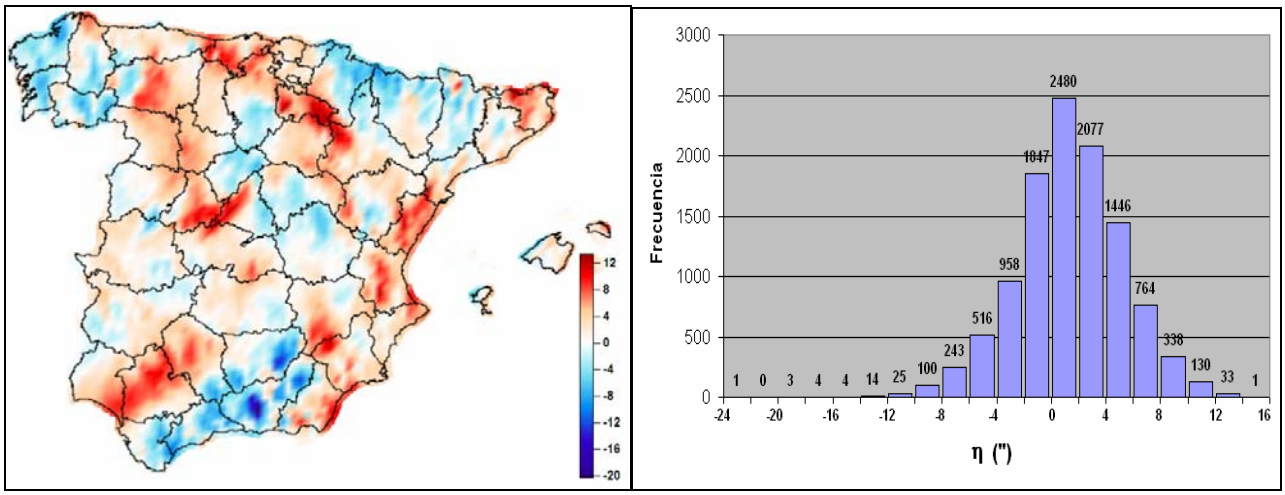


Fig. 3. Desviación de la vertical E-W (η") e histograma de frecuencias.

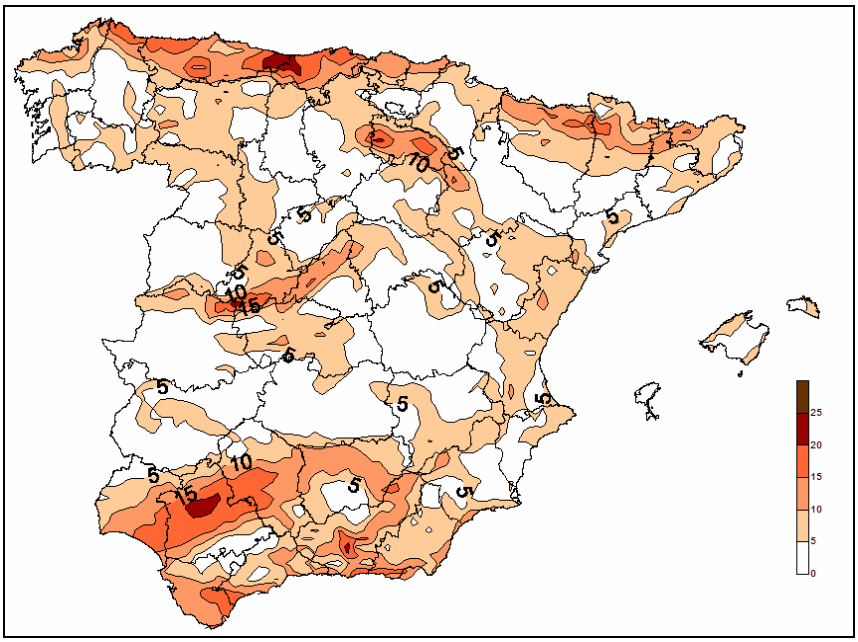


Fig. 4. Desviación total de la vertical.

2.2. Ajuste independiente de observaciones.

Una vez depuradas las observaciones clásicas se procedió a realizar un ajuste independiente por bloques de cada grupo de observaciones (GPS, acimutales y cenitales) con una doble finalidad:

- Detectar observaciones erróneas no detectadas en pasos anteriores (por exceder el valor crítico del residuo tipificado).

- Establecer una ponderación adecuada de los tres tipos de observaciones independientemente, para que, posteriormente, en una compensación conjunta, el peso sea adecuado.

En el caso de las observaciones cenitales, la varianza a priori para cada una de las observaciones se estableció en función de la distancia de la visual. Para obtener la expresión de este valor se tomó una población de más de 4000 visuales corregidas, se comprobaron las diferencias entre desnivel directo y recíproco y se ajustó mediante un polinomio de regresión de grado 2, obteniendo la siguiente expresión en función de la distancia:

$$\sigma = (0.05 \cdot D^2(km) + 3)\ cm$$

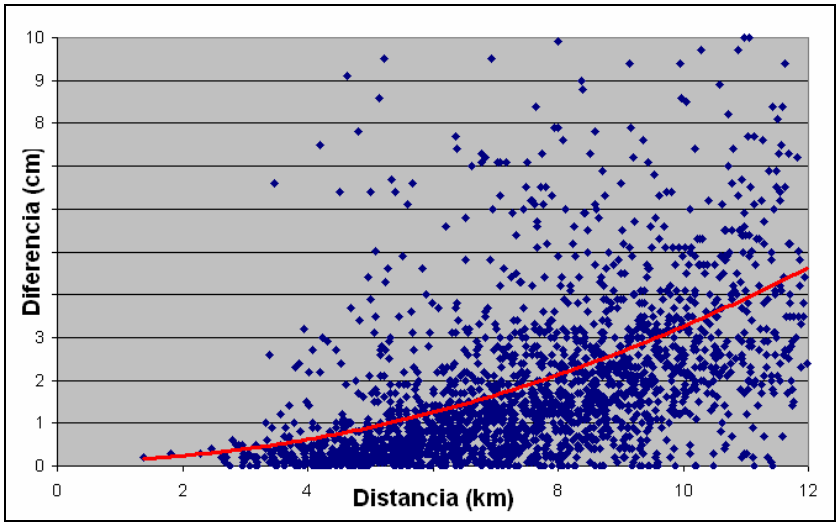


Fig. 5. Distribución de diferencias entre cenitales directo y recíproco.

Esta expresión resultó ser bastante adecuada al obtener la estimación de la varianza a posteriori del ajuste, debiendo únicamente multiplicarla por un factor corrector.

La varianza de estimación a posteriori resultante para introducir como peso en las observaciones angulares acimutales fue 6^{cc}.

El software utilizado para el ajuste fue Microsearch Geolab 2001, utilizado ampliamente por la mayoría de las agencias internacionales en geodesia.

2.3. Ajuste conjunto (GPS y observaciones angulares).

Finalmente, aplicando los pesos obtenidos en los ajustes independientes anteriores, se realizó una compensación conjunta, en la que también se pudieran detectar posibles inconsistencias entre ambas observaciones no detectadas en pasos anteriores.

Se realizó un último filtrado de observaciones rechazadas en función del valor del residuo crítico (según el test Tau máximo).

En la tabla 1 se puede ver el gran volumen de datos del ajuste realizado, con casi 200.000 observables y 150.000 grados de libertad en el sistema de ecuaciones.

Tabla 1. Parámetros y observables del ajuste conjunto.

PARAMETERS		OBSERVATIONS	
Description	Number	Description	Number
No. of Stations	10994	Directions	100899
Coord Parameters	29794	Distances	3
Free Latitudes	9936	Azimuths	0
Free Longitudes	9936	Vertical Angles	0
Free Heights	9922	Zenithal Angles	72615
Fixed Coordinates	3188	Angles	0
Astro. Latitudes	0	Heights	0
Astro. Longitudes	0	Height Differences	0
Geoid Records	0	Auxiliary Params.	0
All Aux. Pars.	12006	2-D Coords.	0
Direction Pars.	12006	2-D Coord. Diffs.	0
Scale Parameters	0	3-D Coords.	0
Constant Pars.	0	3-D Coord. Diffs.	19470
Rotation Pars.	0		
Translation Pars.	0		
	--------		--------
Total Parameters	41800	Total Observations	192987
Degrees of Freedom = 151187			

3. ESTADÍSTICAS Y RESULTADOS.

Del ajuste final se obtuvieron coordenadas (geográficas y UTM en el huso correspondiente), así como desviaciones estándar y elipses de error (95% de confianza) para todos los vértices de la red. Esta información (parámetros de fiabilidad de las coordenadas de cada vértice geodésico) se suministra junto a las coordenadas en las fichas y listados correspondientes, ya que es un dato que puede ser muy útil al usuario que está apoyándose en la red geodésica, según el tipo de trabajo y la precisión requerida para el mismo.

Las coordenadas planimétricas del ajuste en ETRS89 apenas han sufrido variación respecto al ajuste del 2008, con unas desviaciones estándar en los vértices con observación clásica de valor promedio de 3,7 cm y un promedio del semieje mayor de las elipses de error (95% confianza) de 9.7 cm. En el caso de los 1223 vértices con observación GPS, la desviación estándar promedio es de 0.6 cm y el semieje mayor de la elipse de error de 1.4 cm.

En el caso de la altimetría, al introducir la corrección por desviación de la vertical en los ángulos cenitales, el cálculo mejora considerablemente y por tanto también hay cambios sustanciales en los valores de altitud elipsoidal, respecto al cálculo de 2008, en aquellas zonas con un valor de desviación de la vertical considerable, donde el gradiente de ondulación del geoide es grande (por ejemplo, Valle del Guadalquivir, cornisa Cantábrica, Pirineos y Sistemas Ibérico y Central). Como se ha dicho antes, estos cambios no afectan prácticamente nada en las zonas donde hay observación GPS conjuntamente con cenitales, ya que el peso de los observables GPS eclipsa a las observaciones cenitales (Cataluña, Navarra, Baleares...).

En este ajuste en altimetría la desviación estándar promedio es de 4.5 cm en los 8700 vértices con observaciones cenitales, mientras la elipse (o vector) de error vertical (95% confianza) promedio es de 8.8 cm (en 2008 fue de 19.4 cm). Es decir, se ha conseguido reducir el error altimétrico de los vértices sin observaciones GPS a la mitad. Además, el 81% de los vértices tienen una elipse de error menor que 10 cm (figura 6).

En el caso de los 1222 vértices con observables GPS, la desviación estándar promedio resultante es de 1.2 cm y la elipse de error promedio de 2.3 cm (figura 7).

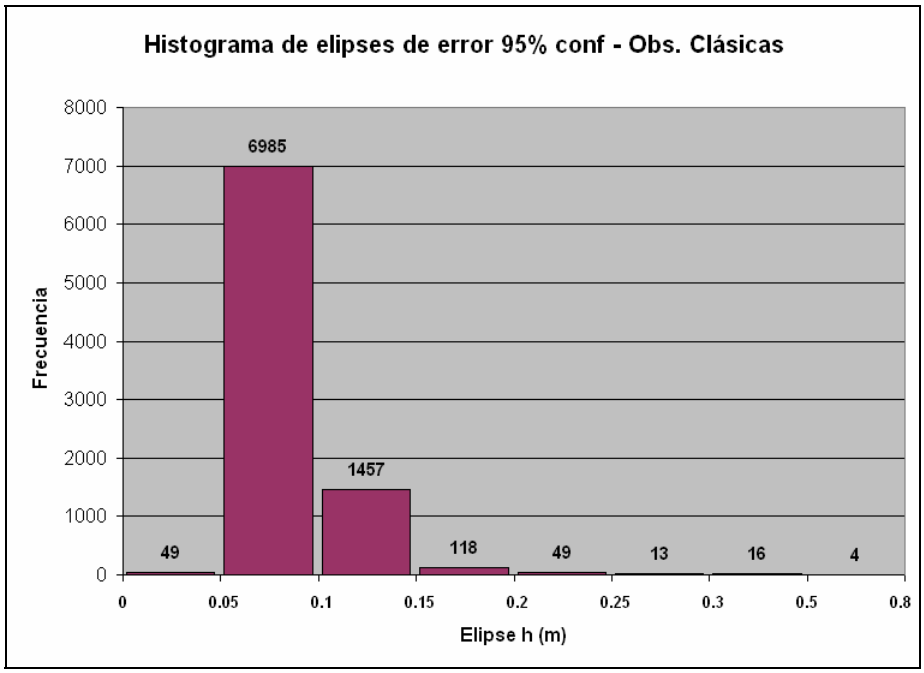


Fig. 6. Histograma de elipses de error vertical (95% conf) en vértices con sólo cenitales.

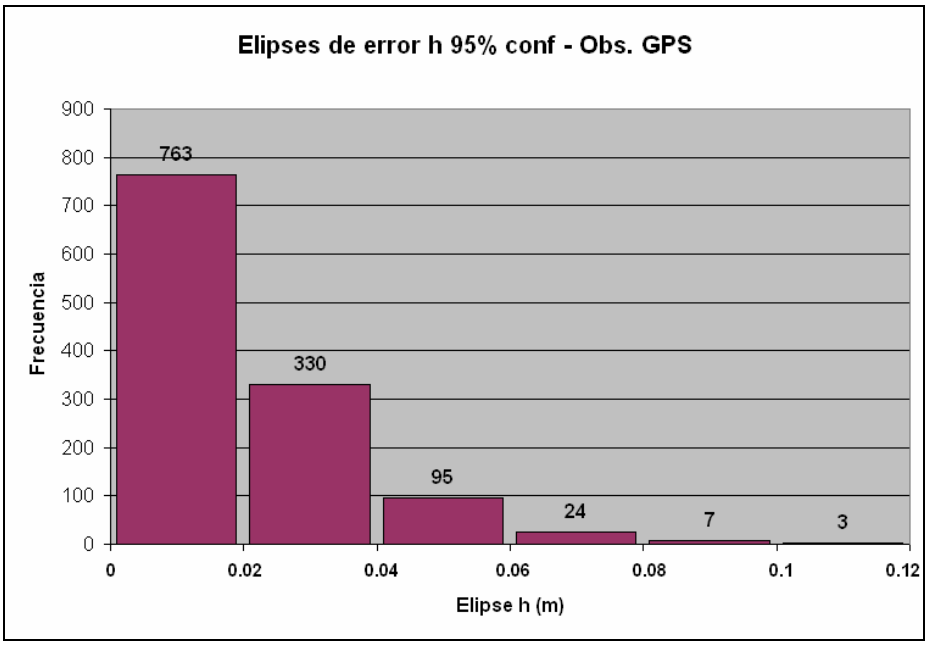


Fig. 7. Histograma de elipses de error vertical (95% conf) en vértices con GPS y cenitales.

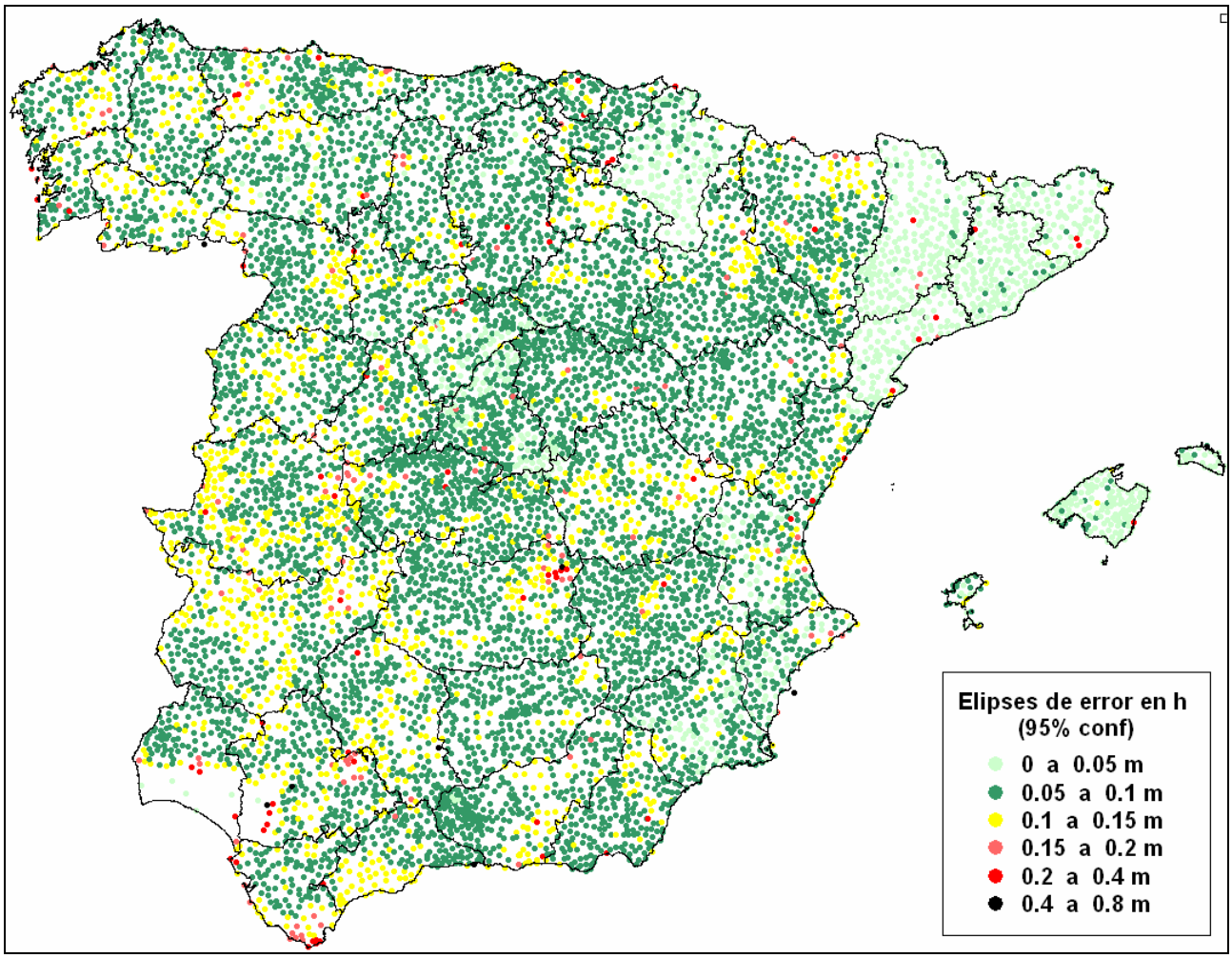


Fig. 8. Distribución de las elipses de error vertical.

4. CONCLUSIONES.

Se ha realizado el nuevo ajuste de la Red Geodésica de España en ETRS89 constriñendo a la red REGENTE con observaciones clásicas angulares e incluyendo observaciones GPS adicionales, obteniendo una precisión final mejor que 0,1 m en planimetría y altimetría (altitudes elipsoidales). En los más de 1.200 vértices geodésicos en los que se han incluído observaciones GPS los resultados han sido notablemente mejores.

Se ha calculado un nuevo juego de altitudes ortométricas de ROI, más consistentes con REDNAP, a través del modelo de geoide EGM08-REDNAP y potencialmente, más precisas que las anteriores.

En la figuras 9 y 10 se pueden ver las diferencias de altitudes ortométricas con respecto a los valores que han existido durante casi 30 años. Los tonos claros corresponden a aquellos vértices cuya variación está dentro de lo normal dada la precisión nominal de las altitudes ortométricas de ROI (0.3 m), lo cual corresponde al 68% de los vértices. Entre 0.3 y 0.6 m de diferencia estarían un 25% más de los vértices y finalmente, sólo un 7% de la ROI tendría un cambio en las altitudes ortométricas mayor que 0.6 m.

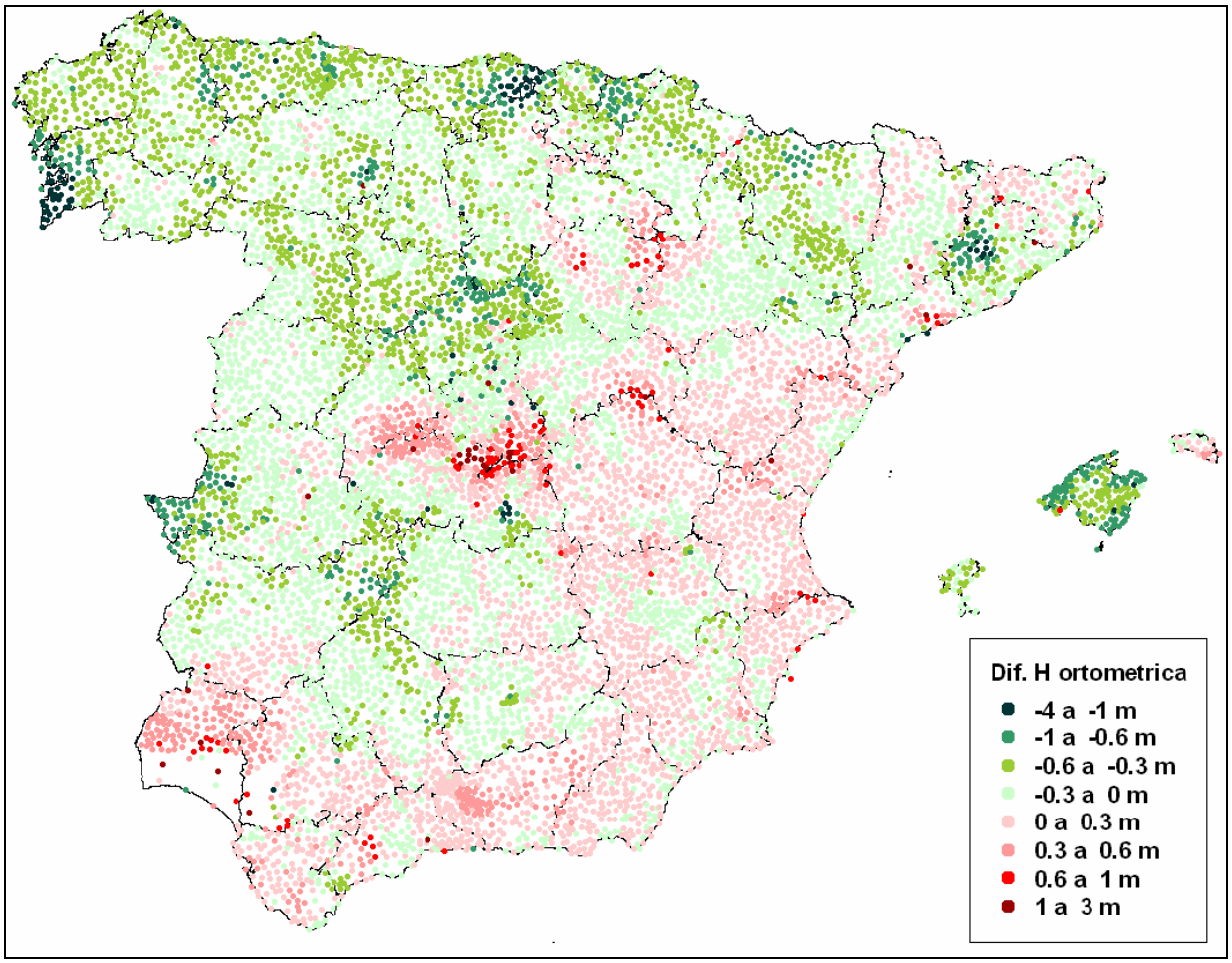


Fig. 9. Diferencias en las altitudes ortométricas de ROI respecto al ajuste de 2009.

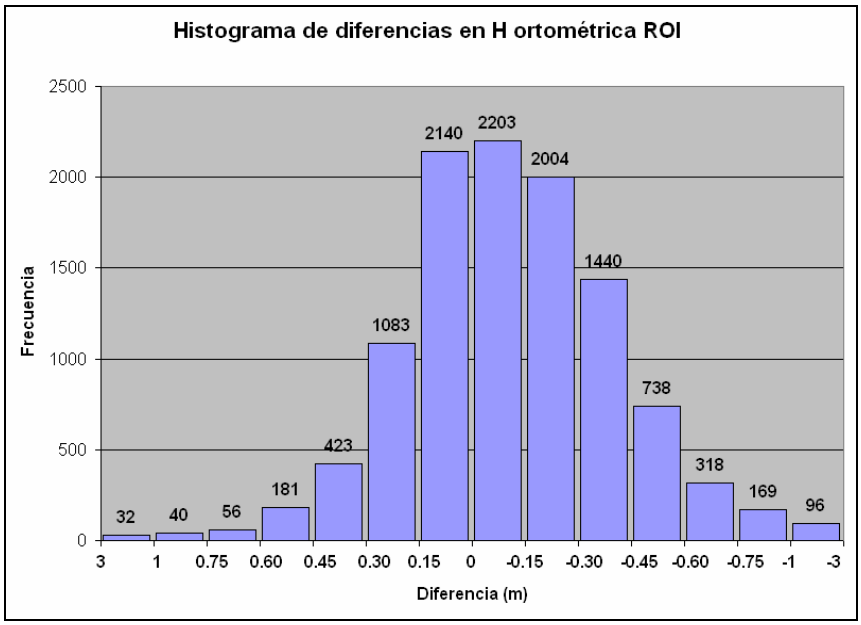


Fig. 10. Histograma de diferencias en la altitud ortométrica de ROI.

5. AGRADECIMIENTOS.

Agradecemos la colaboración a todas aquellas instituciones que han cedido sus observaciones GPS al IGN para realizar el ajuste conjunto de la red:

- Instituto Cartográfico de Cataluña (ICC).
- Gobierno de Navarra (Dir. Gral. de Obras Públicas).
- SITIBSA (Islas Baleares).
- Instituto Cartográfico Valenciano (ICV).

También a todos aquellos I. T. Topografía del IGN que durante dos décadas han estado trabajando en la Red Geodésica Nacional, por el alto valor y calidad de las observaciones.

6. REFERENCIAS.

- Cano, M. A., Talaya, J., Termens, A., Quirós, R., Revuelta, L., Sobrino, J. A. S. (2006): *Ajuste de la Red Geodésica de Orden Inferior R.O.I. de Cataluña en ETRS89*. 5ª Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica. Sevilla. Febrero 2006.

- Quirós Donate, R., Barbadillo Fernández, A., Regidor Gutiérrez, J.L, Sanz Megía, J.M., Cano Villaverde, M.A., Prieto Morín, J.F. (2002): *El Proyecto REGENTE*. 3ª Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica. Valencia, 2002.
- Sánchez Sobrino, J.A., Cano Villaverde, M.A., Revuelta Villeras, L., Quirós Donate, R. (2008): *Ajuste de la Red Geodésica de España (ROI) en ETRS89*. Topografía y cartografía: Revista del Ilustre Colegio Oficial de Ingenieros Técnicos en Topografía, Vol. 25, Nº 144-145, 2008.
- Sánchez Sobrino, J. A. (2009): *El nuevo modelo de geoide para España EGM2008-REDNAP*. En publicación.

- Torge, W. (1991): *Geodesy*. 2ª edición. Ed. Walter de Gruyter. Nueva York - Berlín.